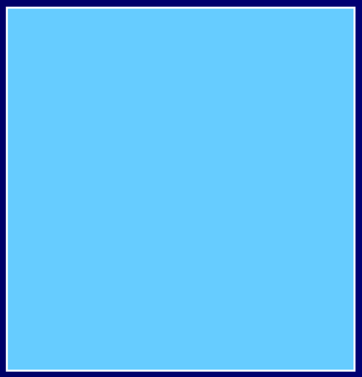
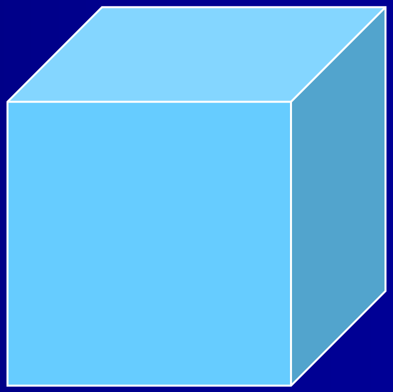
Geometria

Geometria: parte da matemática que estuda as propriedades do espaço. Em sua forma mais elementar, a geometria trata de problemas métricos, como o cálculo da área e do diâmetro de figuras planas e da superfície e volume de corpos sólidos. Outros campos da geometria são a geometria analítica, a descritiva, a topologia, a geometria de espaços com quatro ou mais dimensões, a geometria fractal e a geometria não-euclidiana.

Introdução a Geometria



Geometria Plana

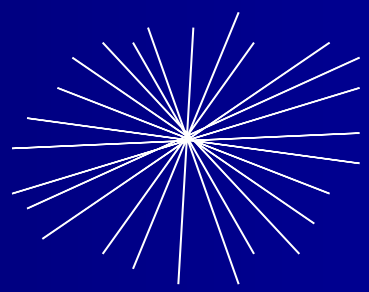


Geometria Espacial

Introdução a Geometria Espacial

Conceitos Primitivos: são conceitos adotados sem definição.

1. Ponto • **P**



Características:

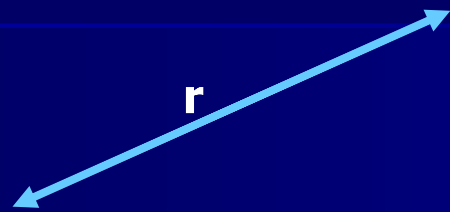
Não possui dimensão

Sua representação geométrica é indicada por letra maiúscula

Por um ponto passam infinitas retas

Introdução a Geometria Espacial

2. Reta

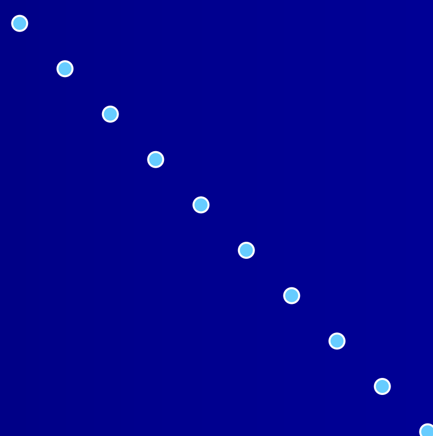


Características:

É unidimensional e tem comprimento infinito

Sua representação geométrica é indicada por letra minúscula

Em uma reta há infinitos pontos



Introdução a Geometria Espacial

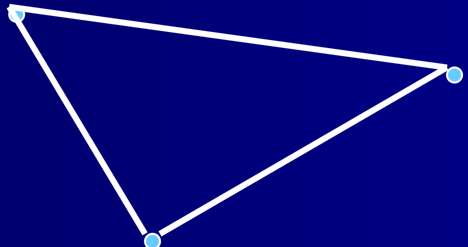
3. Plano

Características:

É bidimensional, possui largura e comprimentos infinitos e não possui espessura.

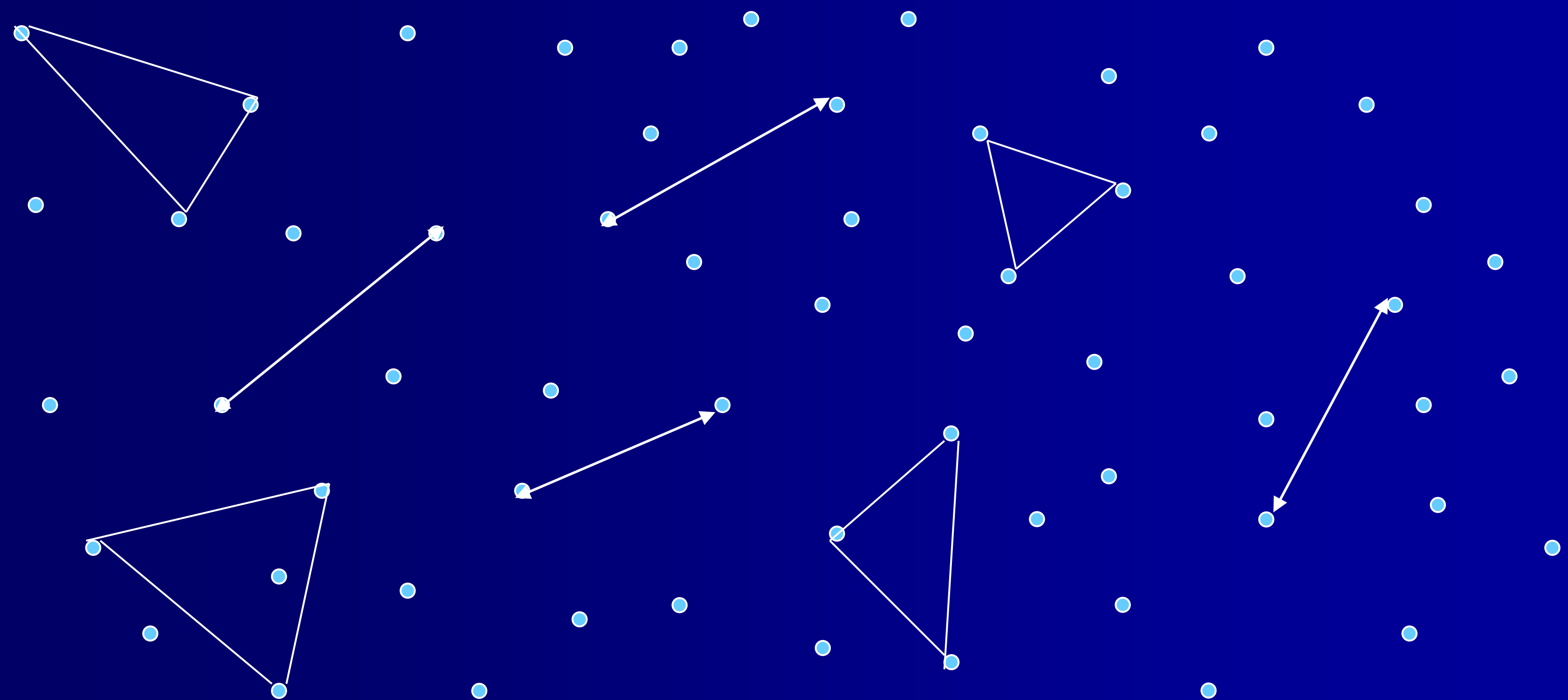
Sua representação geométrica é indicada por letra do alfabeto grego.

Com 3 pontos distintos e não colineares determina-se um plano



Introdução a Geometria Espacial

4. Espaço: é o conjunto de todos os pontos, retas e planos. É tridimensional.



Introdução a Geometria Espacial

Postulados ou Axiomas: São definições que relacionam conceitos primitivos e aceitos sem demonstração.

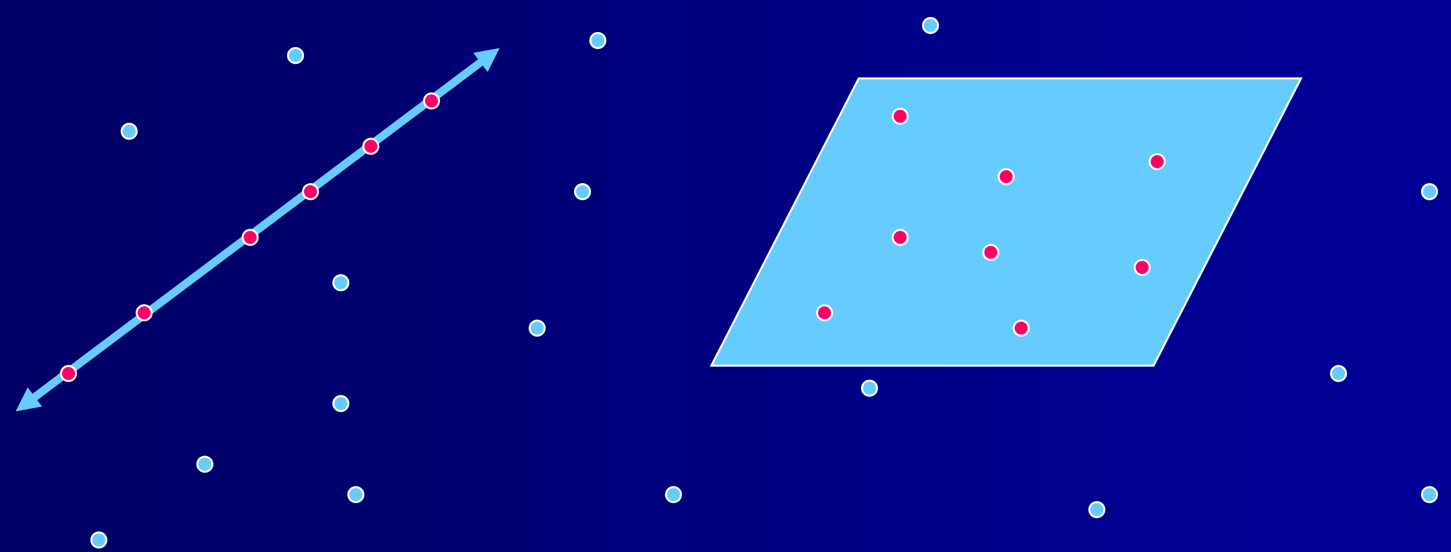
Teoremas: Propriedades que podem ser justificadas com base nos postulados

Postulados

Postulado 1

Existe reta, e numa reta, bem como fora dela há infinitos pontos.

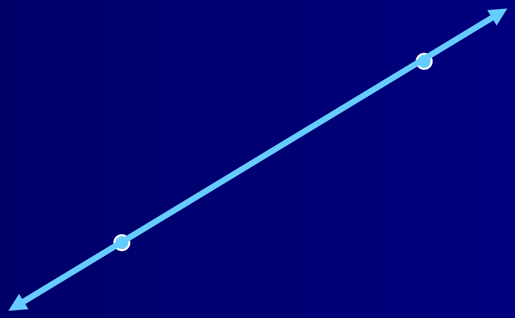
Existe plano, e num plano, bem como fora dele há infinitos pontos.



Postulados

Postulado 2

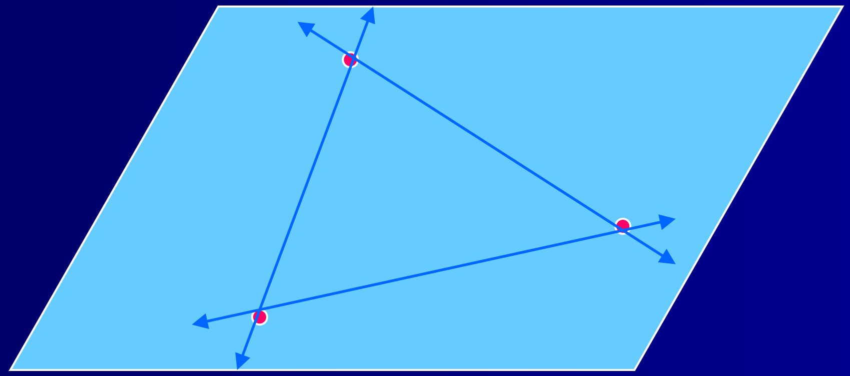
Por dois pontos distintos passam uma única reta.



Postulados

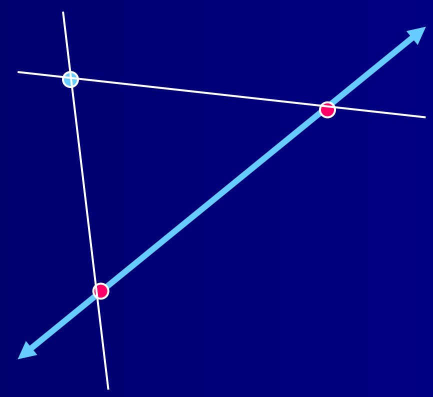
Postulado 3

Dado três pontos não colineares do espaço, existe um, e somente um, plano que os contém.

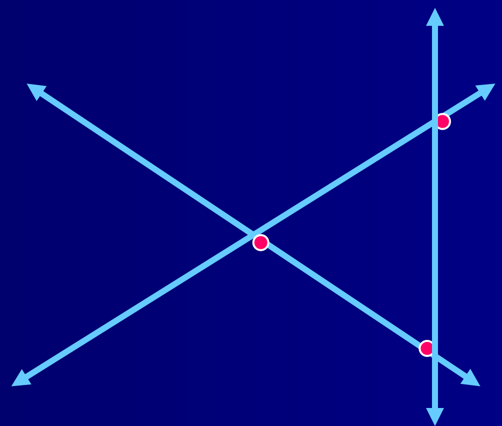


Postulados

Teorema 1: Por uma reta e um ponto fora dela

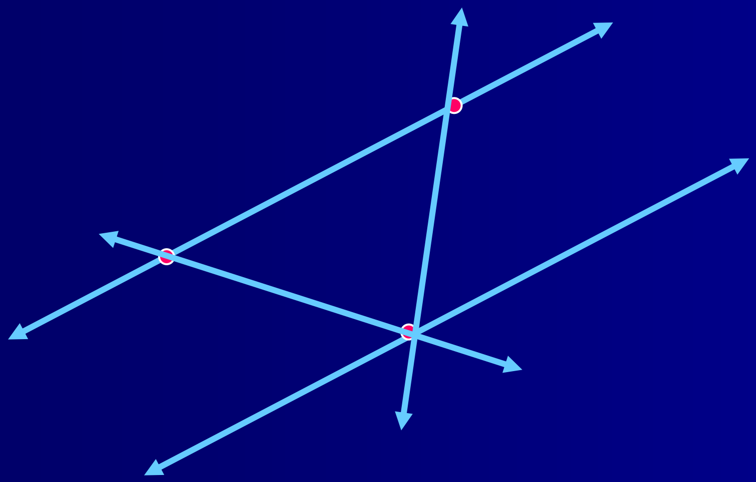


Teorema 2: Por duas retas concorrentes



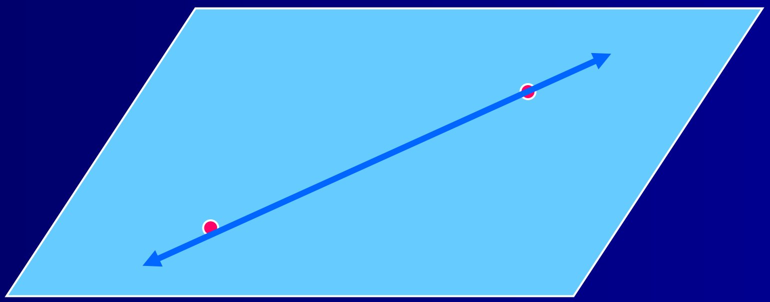
Postulados

Teorema 3: Por duas retas paralelas distintas



Postulados

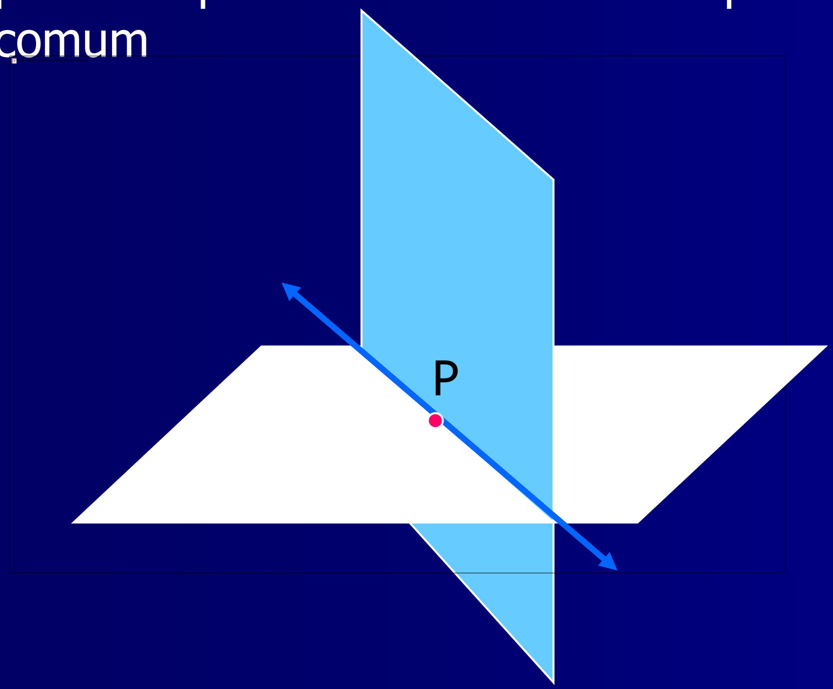
Postulado 4: Se uma reta possui dois de seus pontos em um plano, então ela está contida no plano.



Por dois pontos distintos passam uma única reta (postulado 2)

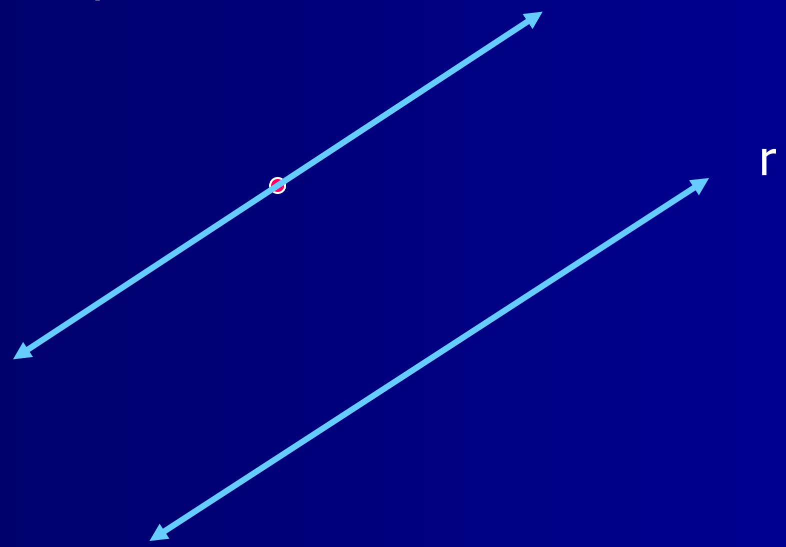
Postulados

Postulado 5: Se dois planos possuem um ponto em comum, então eles possuem pelo menos mais de um ponto em comum, ou seja, uma reta em comum

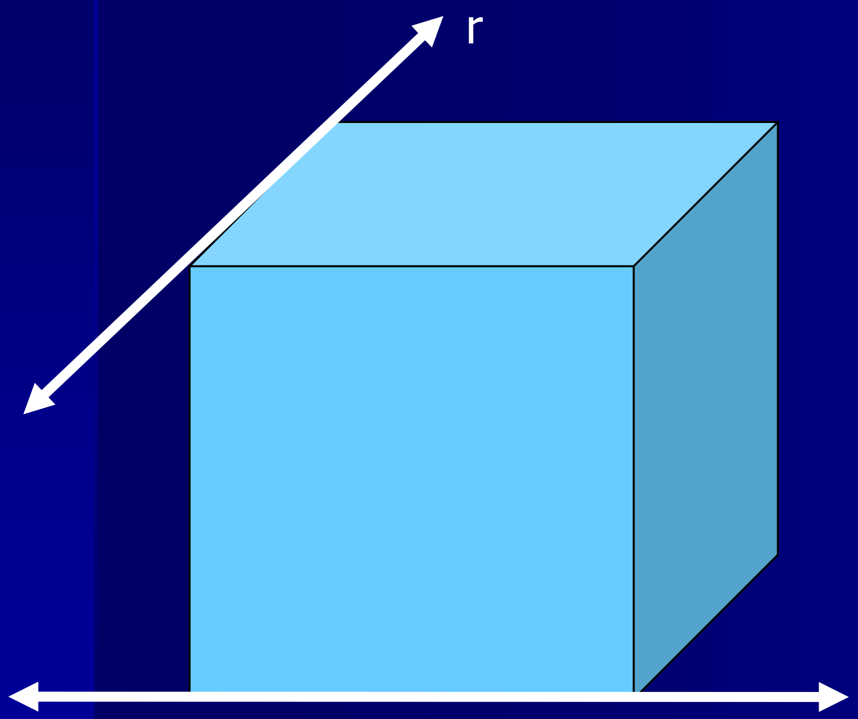


Postulados

Postulado 6: Por um ponto qualquer, não pertencente a uma reta r dada, passa uma única reta paralela à r.



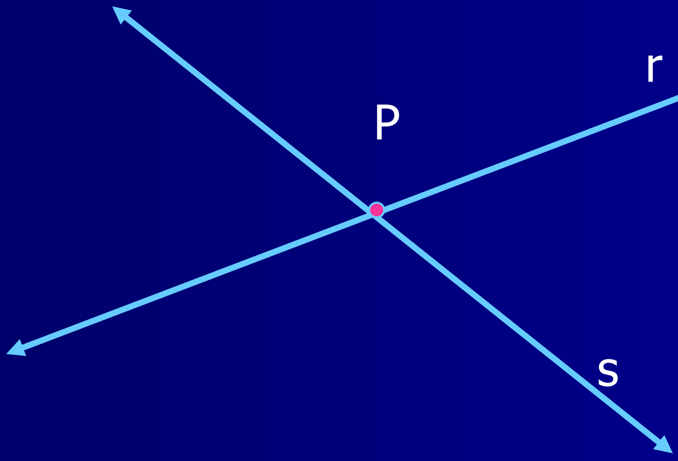
Retas Reversas: duas retas são reversas quando não existe plano que contém ambas.



Posições Relativas

Posições entre duas Retas

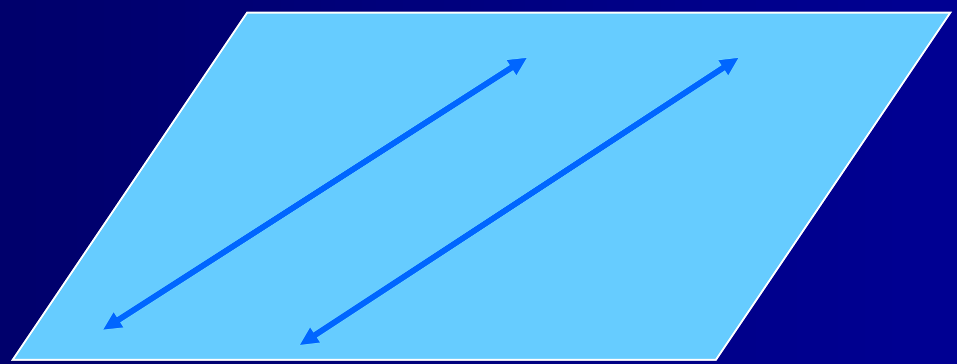
Concorrentes: Duas retas são concorrentes quando têm um único ponto em comum.



$$r \cap s = P$$

Posições entre duas Retas

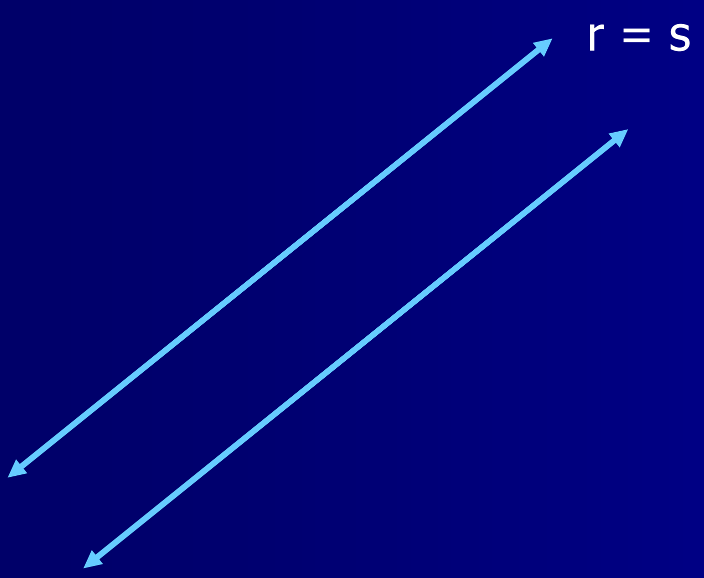
Paralelas: Duas retas são paralelas quando não têm ponto em comum e são coplanares.



$$r \cap s = \varnothing$$

Posições entre duas Retas

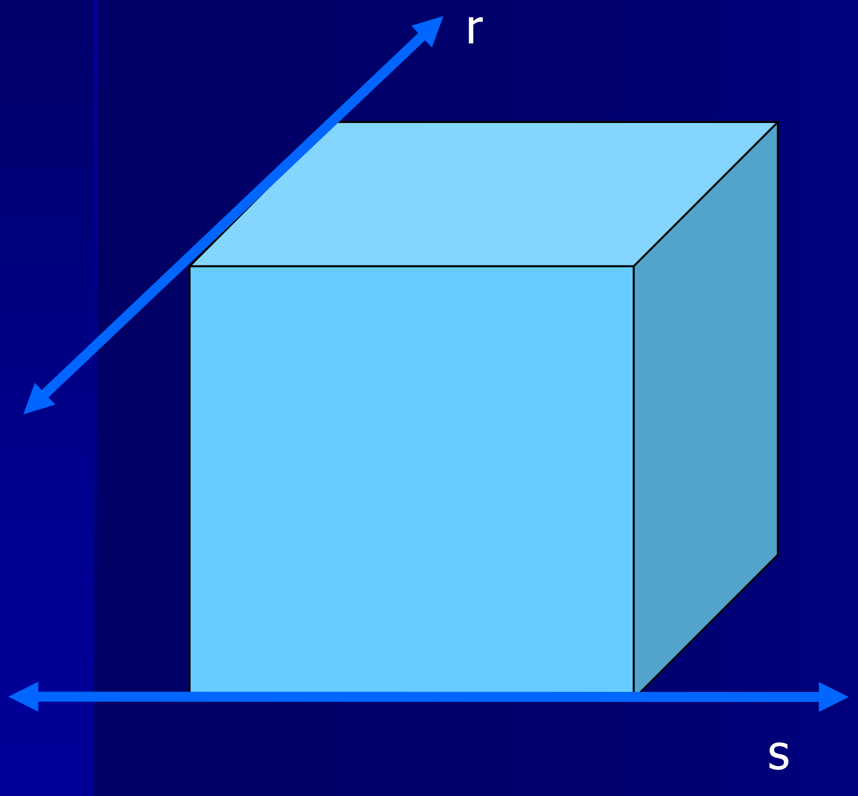
Coincidentes: Duas retas são coincidentes quando possuem infinitos pontos em comum.



$r = s$

Posições entre duas Retas

Reversas: Duas retas são reversas quando não existe plano que contém ambas.



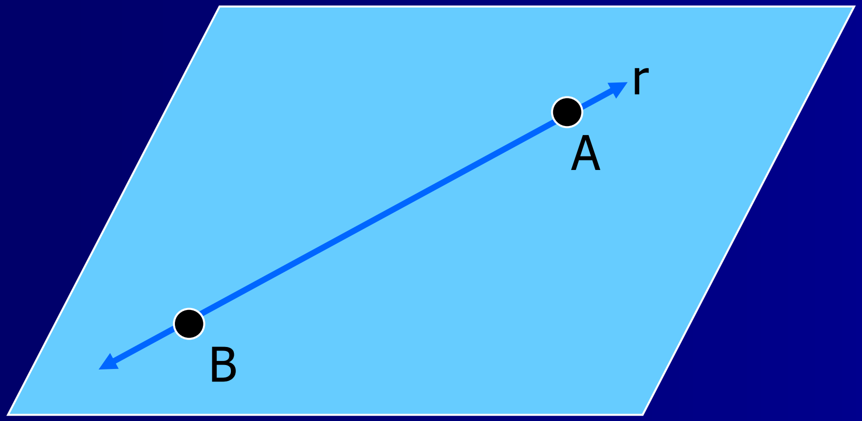
Qual a diferença entre retas paralelas e reversas?

Paralelas: não tem ponto em comum e são coplanares

Reversas: não tem ponto em comum e não são coplanares.

Posição Relativa entre Reta e Plano

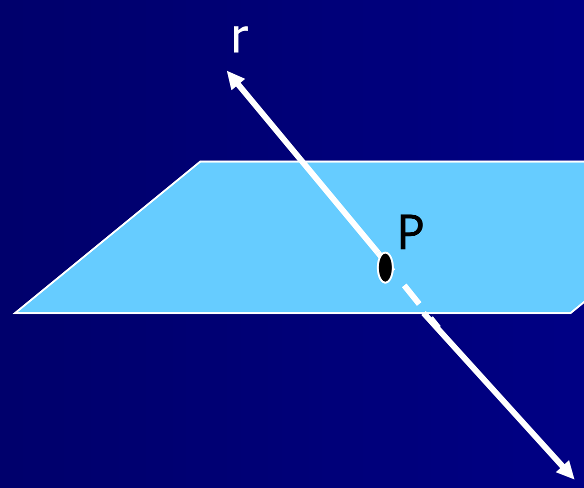
Reta contida no plano: uma reta está contida no plano quando, pelo menos, dois de seus pontos pertencem ao plano.



$r \subset \alpha$

Posição Relativa entre Reta e Plano

Reta e plano concorrentes: quando possuem um único ponto em comum.

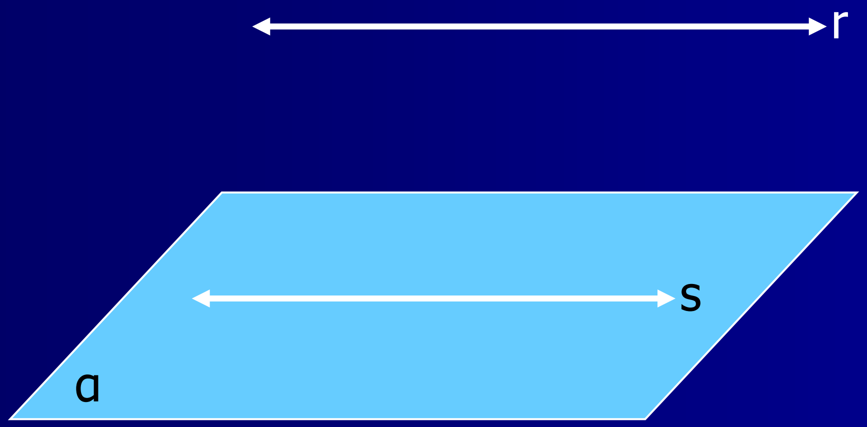


$$r \cap \alpha = P$$

Posição Relativa entre Reta e Plano

Reta e plano paralelos: se uma reta é paralela a um plano, essa reta é paralela a pelo menos uma reta desse plano.

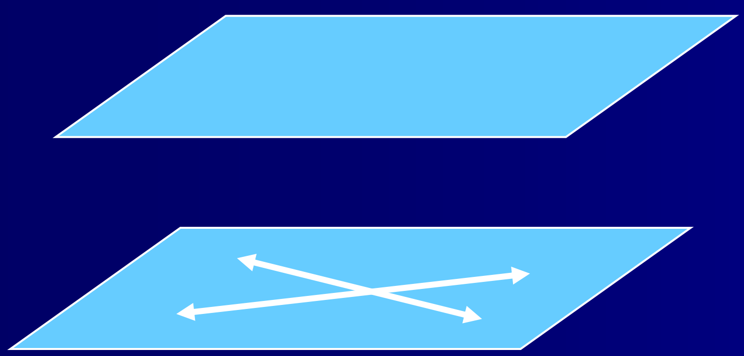
Em α existem infinitas retas paralelas, reversas ou ortogonais a r.

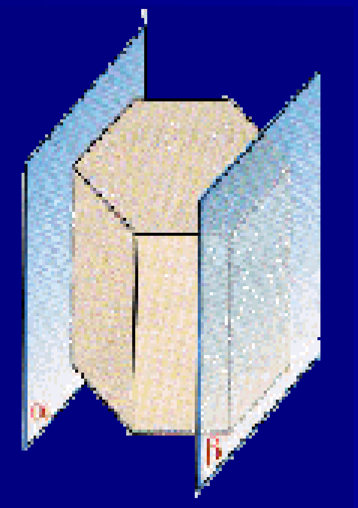


$$r \,//\, \alpha \Rightarrow r \cap \alpha = \varnothing$$

Posição Relativa entre Planos

Planos paralelos: dois planos são paralelos quanto não possuem ponto em comum. No entanto, uma condição necessária para que dois planos sejam paralelos é que um deles contenha 2 retas concorrentes paralelas ao outro plano.

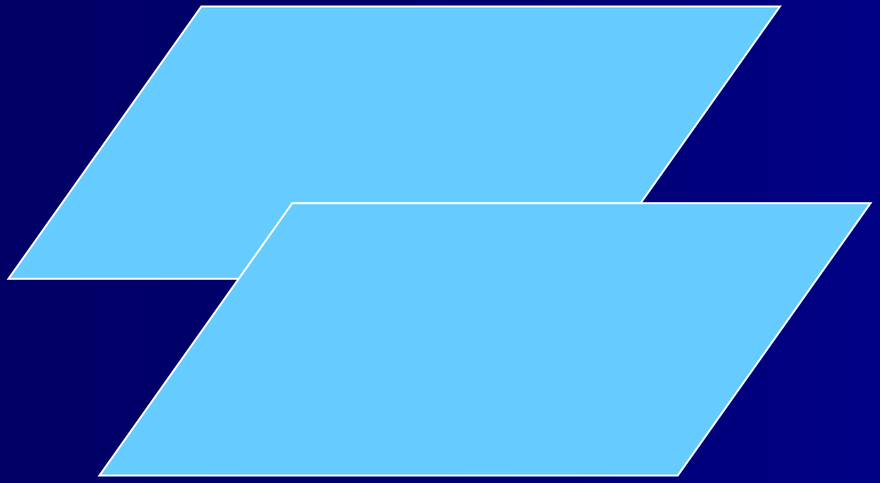




$$\alpha \cap \beta = \varnothing$$

Posição Relativa entre Planos

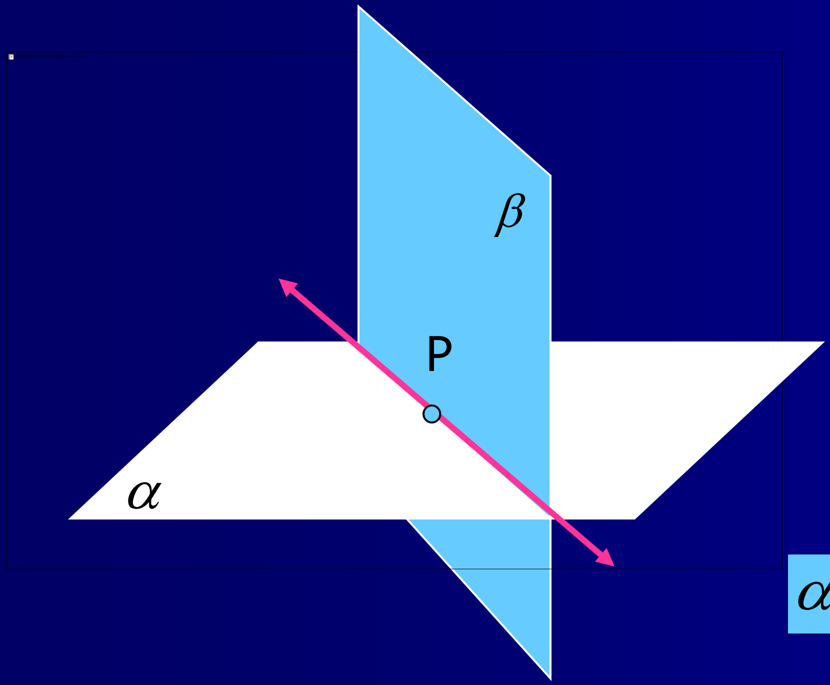
Planos coincidentes: dois planos são coincidentes quando possuem infinitos pontos em comum.



$$\alpha = \beta$$

Posição Relativa entre Planos

Planos concorrentes: dois planos são concorrentes quando sua intersecção é uma reta.

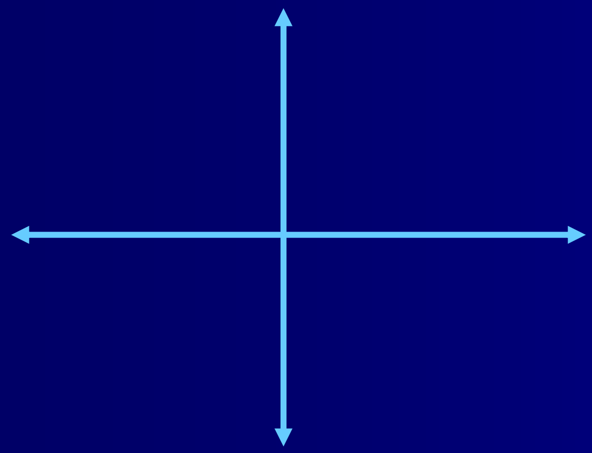


$$\alpha \cap \beta = r$$

Perpendicularismo

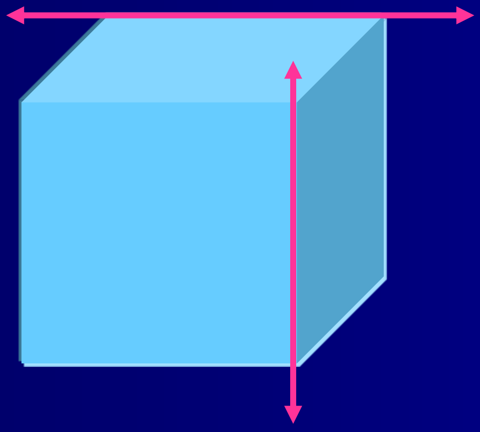
Entre Retas

Retas Perpendiculares: São retas que se encontram e formam ângulo de 90°



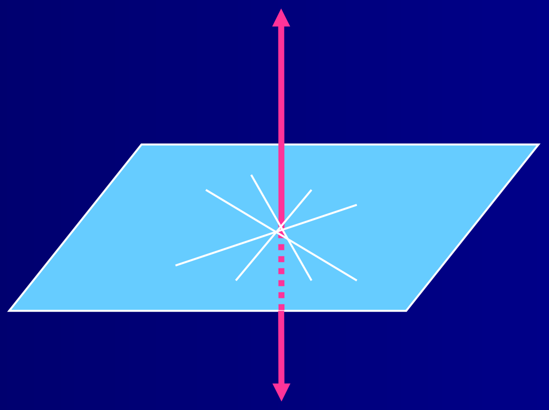
Perpendicularismo

Retas Ortogonais: São retas que não se encontram, mas suas projeções formam um ângulo reto.



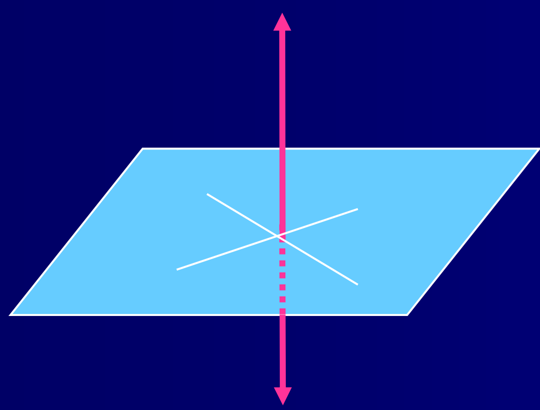
Perpendicularismo

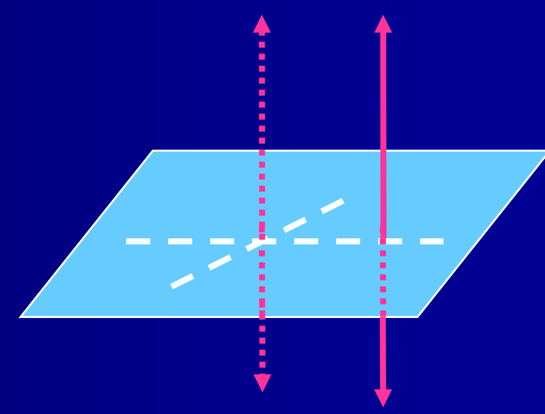
Entre Reta e Plano: uma reta concorrente com um plano, num ponto P, é perpendicular ao plano se é perpendicular a todas as retas do plano que passam por P.



Perpendicularismo

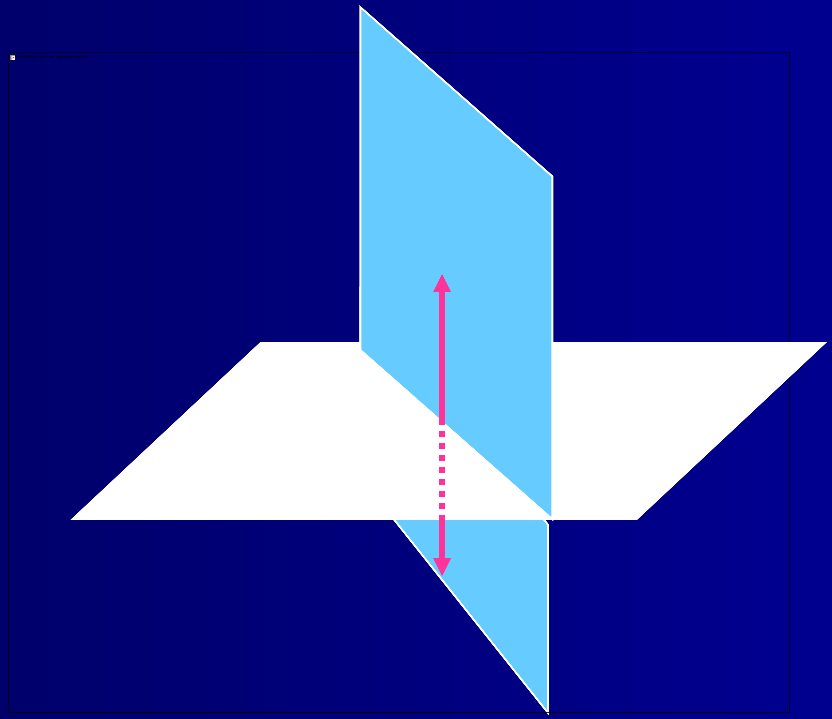
Teorema: Se uma reta r é perpendicular ou ortogonal a um par de retas concorrentes contidas no plano, então r é perpendicular ao plano.





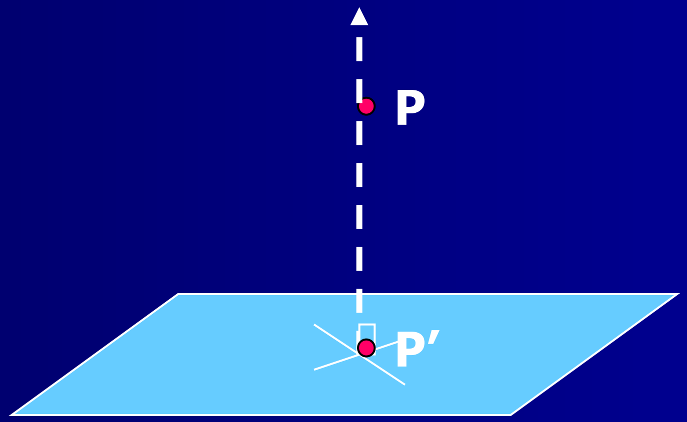
Perpendicularismo

Entre Planos: dois planos são perpendiculares se, e somente se, um deles contiver uma reta r que é perpendicular ao outro plano.



Projeção Ortogonal

Projeção ortogonal de um ponto



Projeção Ortogonal

Projeção ortogonal de um segmento